Variace

1

Kvadratické nerovnice

Autor: Mgr. Jaromír JUŘEK

1. Kvadratické nerovnice

S kvadratickými nerovnicemi už jsme se vlastně setkali, aniž jsme si to uvědomili, v kapitole Nerovnice v součinovém a podílovém tvaru. Přesněji tedy řečeno v její druhé části, tedy v kapitole **nerovnice v součinovém tvaru**.

Řešit už tedy umíme nerovnice typu $(x+3) . (x - 5) < 0$

Tento typ nerovnic tedy už nebude předmětem výkladu. Problém však může někdy nastat, budeme-li mít zadánu nerovnici formou trojčlenu - např. $x^2 -2x - 15 < 0$

V tomto případě si musíme nejprve zadaný **trojčlen rozložit na součin**. K tomu využijeme znalost řešení kvadratické rovnice.

Napíšeme si tedy pomocnou kvadratickou rovnici $x^2 - 2x - 15 = 0$ a tu normálně podle vzorce vyřešíme. Zjistíme, její kořeny jsou -3 a 5. Proto hledaný rozklad bude mít podobu

$(x + 3) . (x - 5)$

Někdy se nám ale stane, že při řešení kvadratické rovnice vyjde diskriminant (tj. číslo pod odmocninou) záporný. V tom případě rozklad na součin v oboru reálných čísel neexistuje. Pak nastanou dvě možnosti:

- nerovnice nemá žádné řešení
- nerovnice má nekonečně mnoho řešení

Která z uvedených možností nastane, o tom se přesvědčíme tak, že do zadané nerovnice dosadíme libovolné číslo. Vyjde-li nepravdivá nerovnost, řešení neexistuje; vyjde-li pravdivá nerovnost, řešení je nekonečně mnoho. I v tomto případě ale pozor na podmínky řešitelnosti!

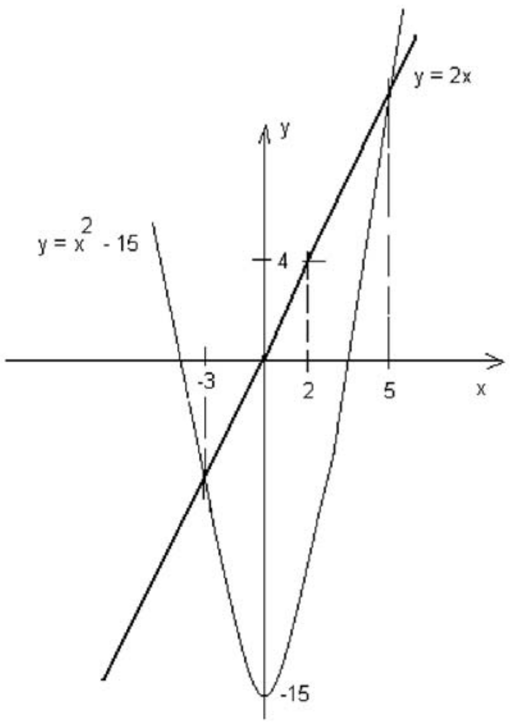
Trochu zjednodušit práci si můžeme i tehdy, vyjde-li diskriminant pomocné kvadratické rovnice roven nule. Není to však nezbytně nutné.

Kvadratické nerovnice můžeme výhodně řešit i graficky. Např. kvadratickou nerovnici

$x^2 - 2x - 15 < 0$ bychom mohli graficky vyřešit takto:

1. Zápis si upravíme na $x^2 - 15 < 2x$
2. Vytvoříme dvě funkce - z každé strany vzniklé nerovnice jednu - tedy f_1: $y = x^2 - 15$

   f_2: $y = 2x$
3. Narýsujeme grafy obou funkcí do jednoho souřadného systému



4. Na ose x nyní vyznačíme interval, v němž platí, že hodnoty kvadratické funkce jsou menší než hodnoty funkce lineární. Vidíme, že se jedná o otevřený interval (-3; 5)

2. Kvadratické nerovnice - procvičovací příklady

1. **Řeš kvadratickou nerovnici $-2x^2 + x - 2 > 0$** 1917

OK $K = \{\ \}$

2. **Řeš kvadratickou nerovnici $x^2 - x - 6 \leq 0$** 1920

OK K = <-2; 3>

3. **Řeš kvadratickou nerovnici $-x^2 + 3x - 3 \leq 0$** 1919

OK K = R

4. **Řeš kvadratickou nerovnici $-x^2 - 6x - 8 > 0$** 1922

OK K = (-4; -2)

5. **Řeš kvadratickou nerovnici $x^2 + x - 12 \leq 0$** 1923

OK K = <-4; 3>

6. **Řeš kvadratickou nerovnici $2x^2 - 8x + 8 > 0$** 1916

OK $R \setminus \{2\}$

7. **Řeš kvadratickou nerovnici $x^2 - 5x + 6 > 0$** 1921

OK $K = (-\infty; 2) \cup (3; +\infty)$

8. **Řeš kvadratickou nerovnici $x^2 - 6x + 10 < 0$** 1918

OK $K = \{\ \}$

9. **Řeš kvadratickou nerovnici $3x^2 - 2x + 1 > 0$** 1925

OK K = R

10. **Řeš kvadratickou nerovnici $x^2 + 2x \leq 3$** 1924

OK K = <-3; 1>

Obsah