Variace

1

Řešení pravoúhlého trojúhelníku

Autor: Mgr. Jaromír JUŘEK

1. Řešení pravoúhlého trojúhelníka

Mění-li se v pravoúhlém trojúhelníku velikost úhlu alfa, mění se i poměry délek stran v tomto trojúhelníku. Proto jsou v pravoúhlém trojúhelníku definovány tyto vztahy pro goniometrické funkce ostrého úhlu:

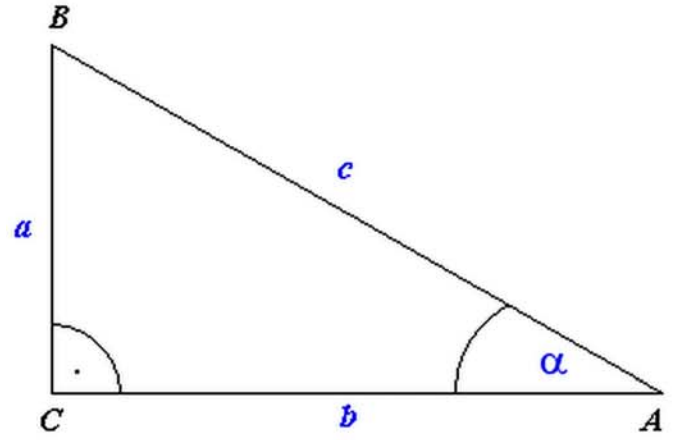
1. Poměr délky protilehlé odvěsny a délky přepony pravoúhlého trojúhelníku se nazývá **sinus úhlu** α. Zapisujeme **sin** α.

2. Poměr délky přilehlé odvěsny a délky přepony pravoúhlého trojúhelníku se nazývá **kosinus úhlu** α. Zapisujeme **cos** α.

3. Poměr délky protilehlé odvěsny a délky přilehlé odvěsny pravoúhlého trojúhelníku se nazývá **tangens úhlu α.** Zapisujeme **tg α** (na kalkulačce bývá tan α.)

4. Poměr délky přilehlé odvěsny a délky protilehlé odvěsny pravoúhlého trojúhelníku se nazývá **kotangens úhlu** α. Zapisujeme **cotg** α.

Pozn.: S rozvojem kalkulaček funkce kotangens ztratila dost význam. Dříve se používala proto, aby se při výpočtu pomocí tabulek předešlo dělení několikaciferným číslem. Funkce kotangens výpočet změnila na násobení, což bylo snáze zvládnutelné.



a ... protilehlá odvěsna *b ... přilehlá odvěsna*

c ... přepona

$$\sin\alpha = \frac{\text{protilehlá odvěsna}}{\text{přepona}} = \frac{a}{c}$$

$$\cos\alpha = \frac{\text{přilehlá odvěsna}}{\text{přepona}} = \frac{b}{c}$$

$$\mathrm{tg}\,\alpha = \frac{\text{protilehlá odvěsna}}{\text{přilehlá odvěsna}} = \frac{a}{b}$$

$$\mathrm{cotg}\,\alpha = \frac{\text{přilehlá odvěsna}}{\text{protilehlá odvěsna}} = \frac{b}{a}$$

Pozn.: Veškeré výpočty goniometrických funkcí budeme provádět zpravidla na kalkulačce a výsledky budeme udávat s přesností na čtyři platné číslice. Respektujeme přitom správné zaokrouhlení čísel.

Za platnou číslici se považuje každá číslice v číslu, která je na pozici počínaje od první nenulové zleva.

Pokud nebude zadáno jinak, vždy uvažujeme obvyklé značení v pravoúhlém trojúhelníku, což je: Pravý úhel při vrcholu C, přepona c, odvěsny a, b, ostré úhly při vrcholu A, B.

Příklad 1:

V pravoúhlém trojúhelníku ABC s pravým úhlem při vrcholu C je |AB| = c = 8 cm, |BC| = a = 5 cm. Vypočti velikosti ostrých úhlů při vrcholech A, B trojúhelníku ABC.

Řešení:

|AB| = c = 8 cm

|BC| = a = 5 cm

α = ? [° ´]

β = ? [° ´]

$$\sin \alpha = \frac{a}{c}$$

$$\sin \alpha = \frac{5}{8}$$

sin α = 0,625

α = 38° 41´

$$\cos \beta = \frac{a}{c}$$

$$\cos \beta = \frac{5}{8}$$

cos β = 0,625

β = 51° 19´

Závěr: Vnitřní úhel při vrcholu A má velikost 38° 41´a vnitřní úhel při vrcholu B má velikost 51° 19´.

Příklad 2:

V pravoúhlém trojúhelníku OPQ s pravým úhlem při vrcholu Q je |OQ| = p = 5 cm, |∢QOP| = 35°10´. Vypočti délku odvěsny |PQ| = o.

Řešení:

|OQ| = p = 5 cm

|∢QOP| = 35°10´

|PQ| = o = ? [cm]

----

tg|∢QOP| = $\frac{|PQ|}{|OQ|}$

|PQ| = |OQ| . tg|∢QOP|

|PQ| = 5 . tg 35° 10´= 5 . 0,7046 = 3,5 (po zaokrouhlení)

|PQ| = 3,5 cm (po zaokrouhlení)

Závěr: Délka odvěsny je přibližně 3,5 cm.

Příklad 3:

Nejvyšší přípustné stoupání silnic je dáno poměrem 1 : 18. Pod jakým největším úhlem může silnice stoupat?

Řešení:

|BC| = 1 díl

|AB| = 18 dílů

α = ? [°´]

$$tg\alpha = \frac{|BC|}{|AB|}$$

$$tg\alpha = \frac{1}{18}$$

tg α = 0,0556

α = 3° 11´

Závěr: Úsek silnice může stoupat nejvýše pod úhlem 3° 11´.

2. Řešení pravoúhlého trojúhelníku - procvičovací příklady

1. **V pravoúhlém trojúhelníku EFG jsou dány délky odvěsen |FG| = e = 10,4 m a |EG| = f = 6,8 m. Vypočti velikosti jeho ostrých úhlů při vrcholech E a F.** 1633

OK Úhel při vrcholu E má velikost 56°49´a úhel při vrcholu F má velikost 33°11´

2. **Řešte pravoúhlý trojúhelník ABC, jehož přepona je AB a platí:** 1631
α = 63°10´, a = 6,7 m

OK b = 3,39 m, c = 7,51 m, β = 26° 50´, γ = 90°

3. **Délka a šířka obdélníku jsou v poměru 8 : 5. Jak velké úhly svírá úhlopříčka obdélníku s jeho stranami?** 1634

OK S delší stranou 32°, s kratší stranou 58°.

4. **V kosočtverci ABCD je úhlopříčka |AC| = e = 24 cm a |∢SAB| = ε = 28°; S je průsečík úhlopříček AC a BD. Vypočtěte obvod kosočtverce ABCD.** 1640

OK 54 cm

5. **Řešte pravoúhlý trojúhelník ABC, jehož přepona je AB a platí:** 1629
a = 24 cm, c = 30 cm.

OK b = 18 cm, α = 53°08´, β = 36°52´, γ = 90°

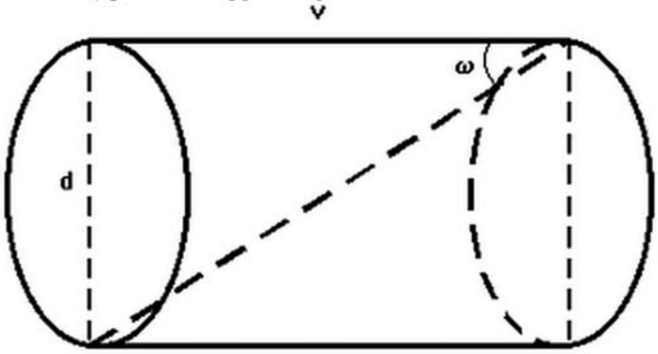
6. **Řešte pravoúhlý trojúhelník ABC, jehož přepona je AB a platí:** 1630
α = 48°30´, c = 3,2 m

OK a = 2,40 m, b = 2,12 m, β = 41°30´, γ = 90°

7. **V pravoúhlém trojúhelníku ABC s přeponou AB je dáno: b = 30 cm, β = 67°. Vypočti délku odvěsny a.** 1625

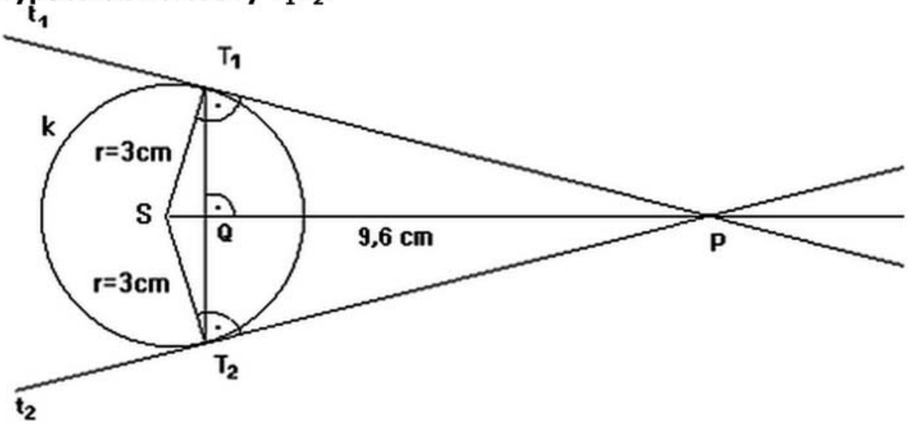
OK 12,7 cm

8. **Průměr podstavy válce je 36 cm. Velikost úhlu ω, který svírá úhlopříčka osového řezu s výškou válce v, je 30°. Vypočti povrch válce.** 1638



OK 9083 cm²

9. **Na obrázku jsou narýsovány tečny t_1 a t_2 z bodu P ke kružnici k(S; 3 cm). Platí: |PS| = 9,6 cm. Vypočti délku tětivy T_1T_2.** 1641



OK 5,7 cm

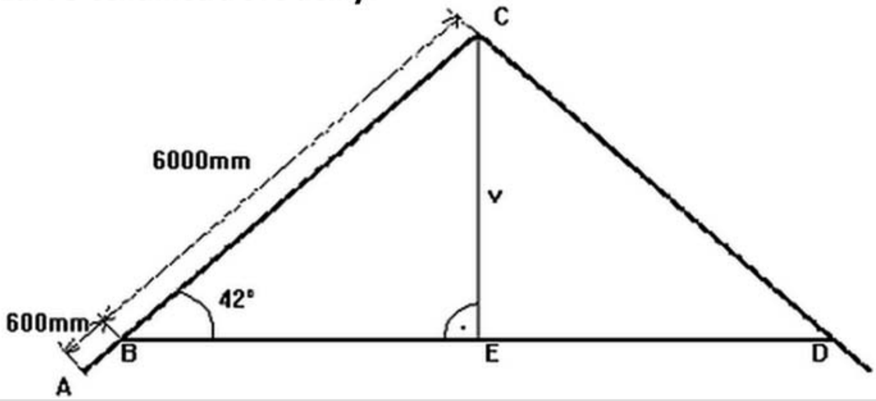
10. **Vypočti obsah kosočtverce ABCD, je-li tangens úhlu ABD roven √15 a |AC| = 4 cm.** 1636

OK 2,1 cm²

11. **Přímá železniční trať stoupla na vzdálenosti 100 m (měřeno ve vodorovné poloze) o 1,4 m. Vypočítej velikost úhlu stoupání.** 1626

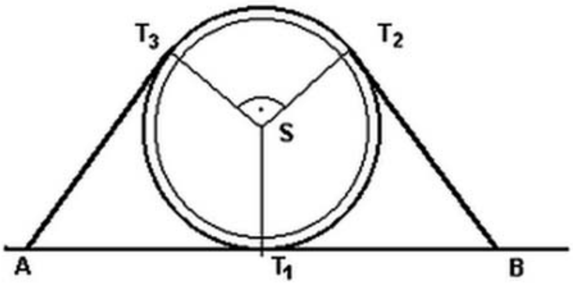
OK 0,80°

12. **Krov dlouhý 6,6 m přesahuje přes okraj zdi 60 cm své délky a s rovinou půdy svírá úhel 42° (viz obrázek). O kolik centimetrů by se snížila výška půdy v, kdyby tentýž krov přesahoval přes okraj zdi 75 centimetrů své délky?** 1644



OK 22,8 cm

13. **Stabilitu roury na vodorovné podložce zabezpečuje ocelové lano, které rouru obepíná. Lano je ukotveno v bodech A, B. Platí $|AT_1| = |BT_1|$; T_1 je bod dotyku roury s podložkou. Vypočítejte délku lana od bodu A do bodu B, jestliže vnější průměr roury se rovná 44 cm a velikost úhlu T_3ST_2 je rovna 90°; S je střed kruhového průřezu rourou, který je kolmý na osu roury.** 1646

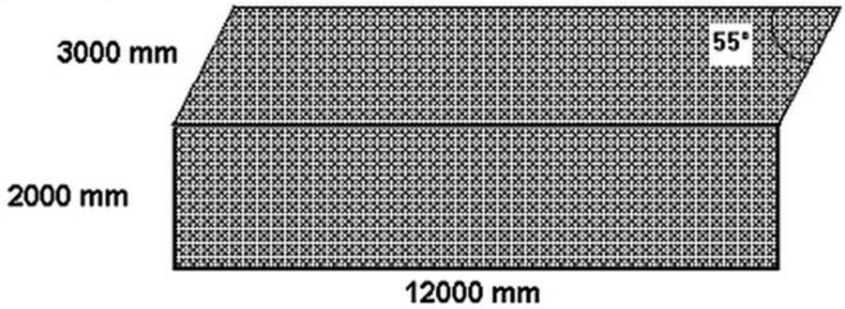


OK 140,8 cm

14. **V pravoúhlém trojúhelníku ABC je délka přepony |AB| = c = 6,9 cm a |∢CAB|= α = 34°. Vypočti délky odvěsen AC a BC.** 1632

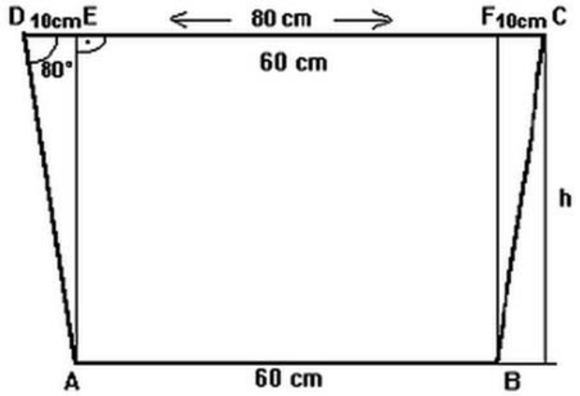
OK a = 3,9 cm, b = 5,7 cm

15. **Jednа část střechy má tvar obrazce složeného z obdélníku a z kosodélníku (viz obrázek). Vypočti spotřebu tašek na její pokrytí, počítá-li se s 18 taškami na jeden metr čtverečný a s osmi procenty tašek navíc z důvodu jejich tvarové úpravy.** 1642



OK 1040 ks

16. **Profil příkopu na obrázku je rovnoramenný lichoběžník se základnami dlouhými 60 cm a 80 cm. Sklon boční stěny příkopu je 80°. Vypočti hloubku příkopu.** 1637

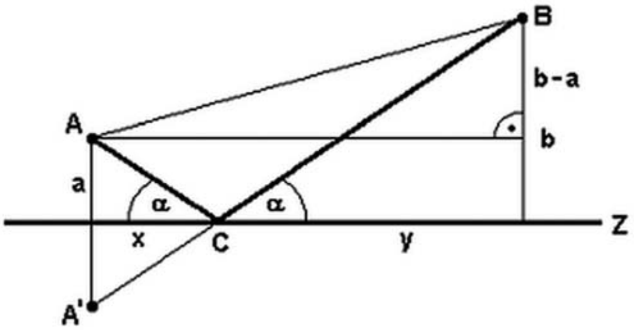


OK 56,7 cm

17. **Úhlopříčka obdélníkového půdorysu chaty je dlouhá 10 m a s kratší stranou tohoto půdorysu svírá úhel 60°. Vypočti obsah půdorysu chaty.** 1635

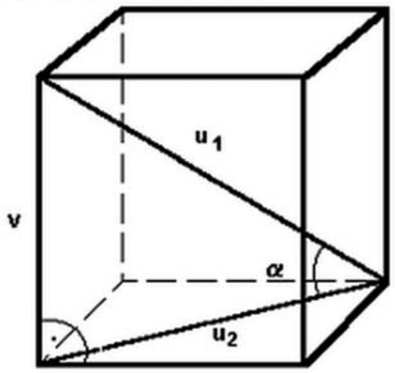
OK 43,3 m^2

18. **Před rovinným zrcadlem jsou dva body A, B vzdálené od sebe 36 cm. Vzdálenost bodu A od zrcadla je 7 cm, bodu B 18 cm. Pod jakým úhlem je třeba vést světelný paprsek (jde o úhel mezi rovinou zrcadla a paprskem) bodem A, aby po odrazu procházel bodem B?** 1645



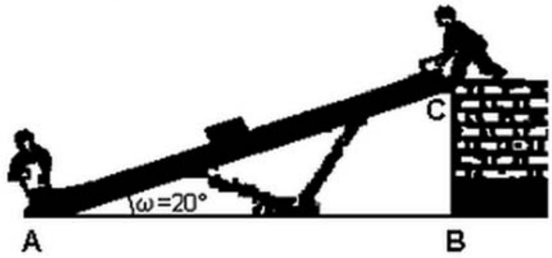
OK 36,1°

19. **Tělesová úhlopříčka u_1 kvádru je dlouhá 9,7 dm a s podstavnou úhlopříčkou u_2 svírá úhel α = 42°. Vypočti výšku kvádru v.** 1628



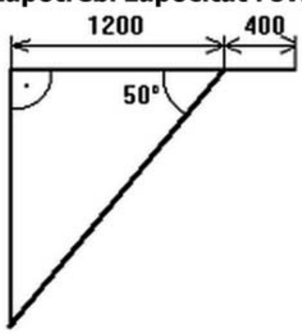
OK 6,5 dm

20. **Stavební materiál byl na stavbu dopravován transportérem dlouhým 10 m pod úhlem ω = 20°. Do jaké výšky v metrech byl tento materiál dopravován? (Obloukovité zakončení transportéru neber v úvahu.)** 1627



OK 3,4 m

21. **Rampu u skladu zboží drží 4 stejné ocelové vzpěry, jedna z nich je nakreslena na obrázku. Kolik metrů ocelové trubky čtvercového průřezu se spotřebovalo k výrobě všech čtyř vzpěr, jestliže se jejich spotřeba úpravou ve svárech zvýšila o 7 procent? (Pozn.: Do konstrukce traverzy je zapotřebí započítat i svislou část - viz obrázek)** 1643



OK 21 m

22. **V rovnoramenném trojúhelníku XYZ je dána délka jeho základny |XY| = z = 9 cm a velikost úhlu |∢XYZ| = 50°10´. Vypočti obsah tohoto trojúhelníku.** 1639

OK 24,3 cm^2

Obsah