Variace

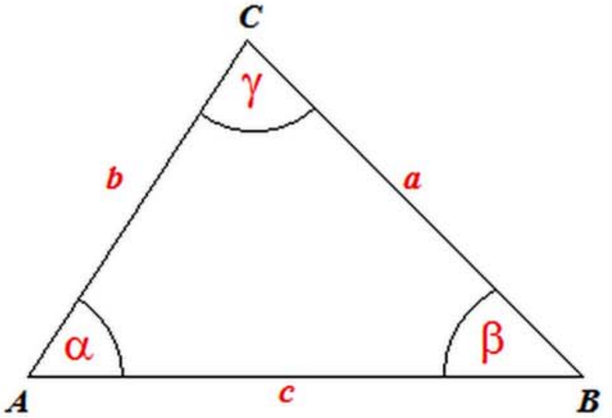
1

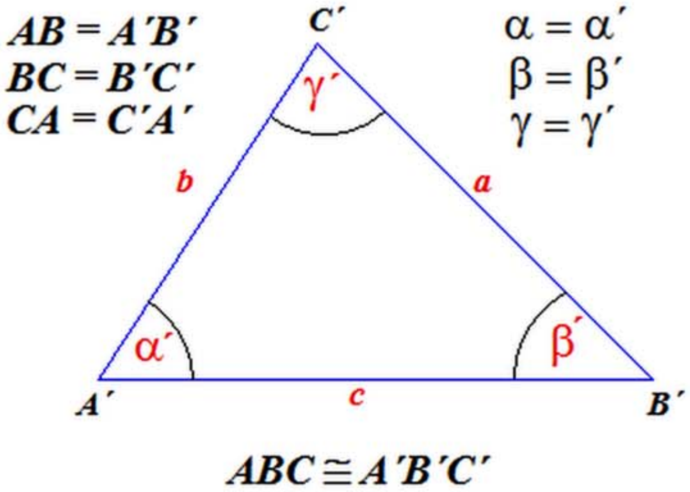
Shodnost trojúhelníků

Autor: Mgr. Jaromír JUŘEK

1. Shodnost trojúhelníků, důkazy

O dvou útvarech říkáme, že jsou shodné, lze-li je v rovině přemístit tak, že se kryjí.





Shodnost rozlišujeme:

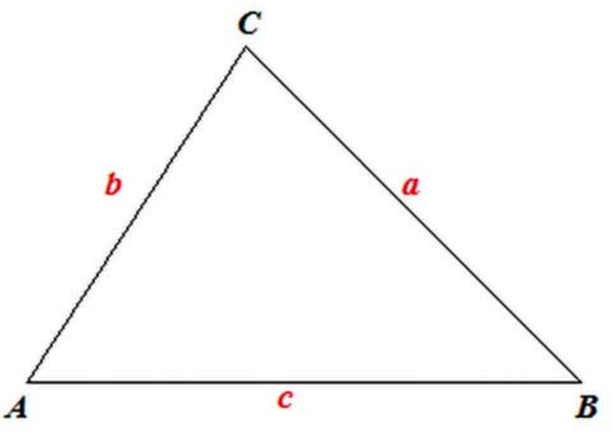
1. Útvary přímo shodné (posunutím v rovině se navzájem kryjí)

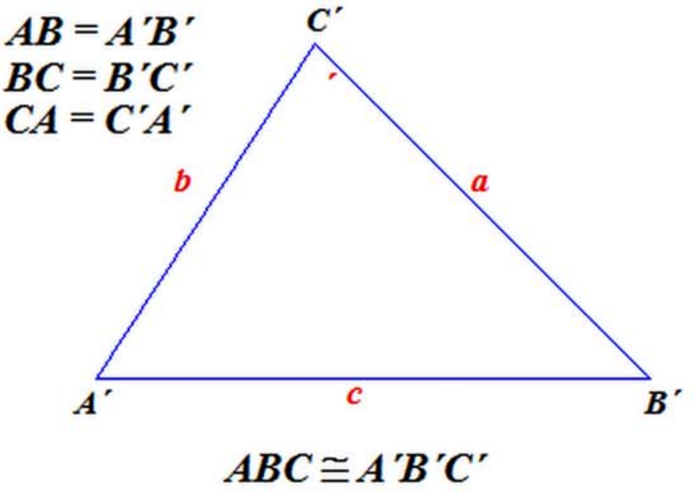
2. Útvary nepřímo shodné (nelze je posouváním ztotožnit, ale lze je ztotožnit převrácením)

Uvedené vlastnosti platí analogicky i v prostoru. Můžeme ztotožnit tělesa - např. krychle, kvádry, apod.; nelze ale ztotožnit např. levou a pravou ruku. Proto i zde hovoříme o nepřímé shodnosti, někdy též tzv. zrcadlení.

Věty o shodnosti trojúhelníků:

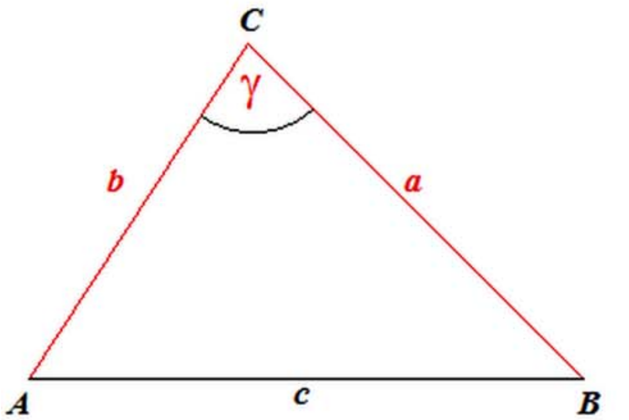
Věta sss.

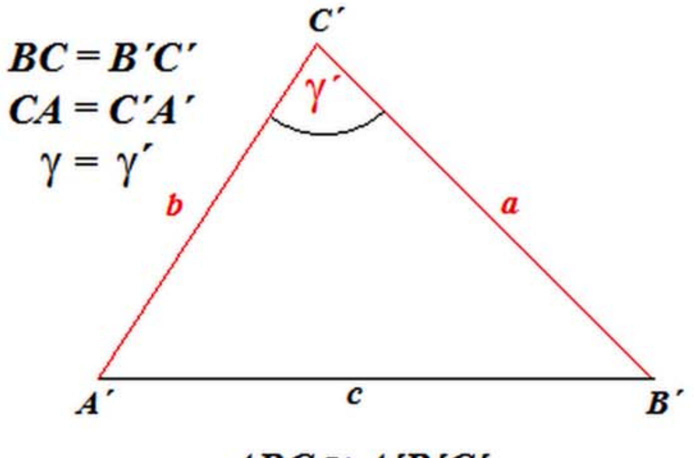




Pro každé dva trojúhelníky ABC, A´B´C´platí: Shodují-li se trojúhelníky ve všech třech stranách, jsou shodné.

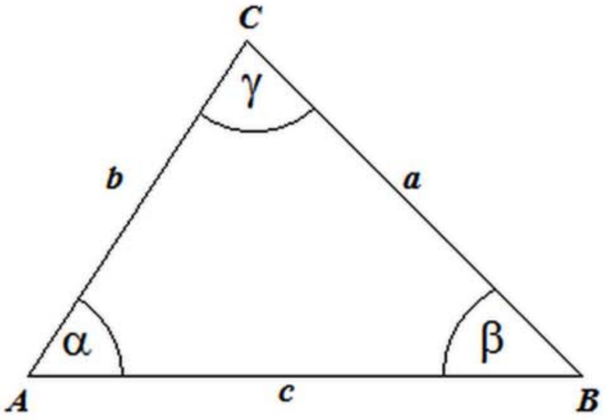
<u>Věta sus:</u>

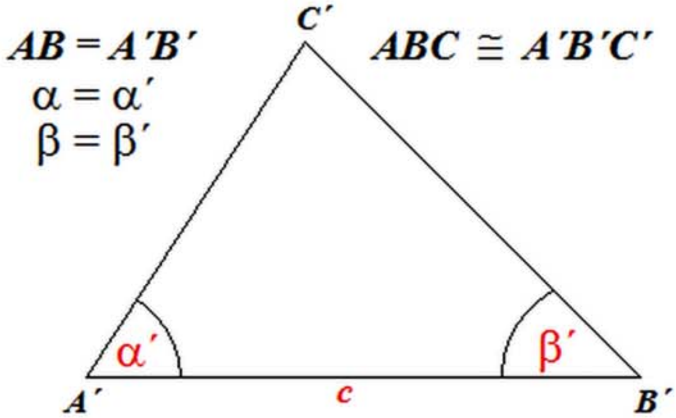




Shodují-li se dva trojúhelníky ve dvou stranách a v úhlu jimi sevřeném, pak jsou shodné.

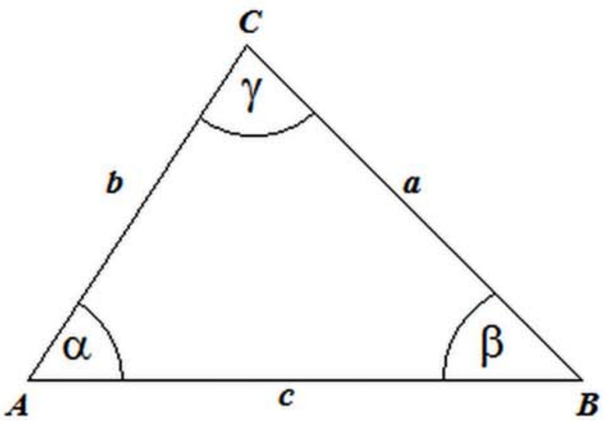
<u>Věta usu:</u>

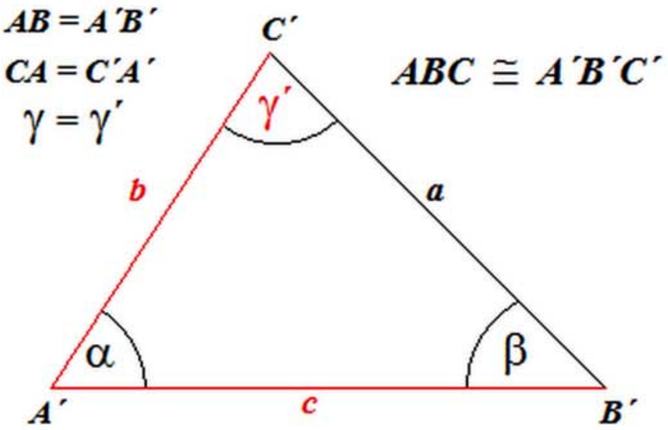




Shodují-li se dva trojúhelníky v jedné straně a v obou úhlech k této straně přilehlých, pak jsou shodné.

<u>Věta Ssu:</u>





Dva trojúhelníky jsou shodné, shodují-li se ve dvou stranách a v úhlu ležícím proti větší z nich.

Pozn.: Každá matematická věta se skládá ze dvou částí - z předpokladu a z tvrzení. Po vyslovení každé matematické věty by měl následovat její důkaz. V tom se také matematická věta liší od definice. Definice je obecně platné tvrzení, které už nedokazujeme.

Pro důkazy matematických vět používáme obvykle 3 typy důkazů:

1. **Přímý důkaz** - na základě předpokladu uvedeného v matematické větě a na základě obecně platných vlastností vyplývajících z definic nebo z jiných už dokázaných vět, vyvozujeme tvrzení vyslovené matematické věty.

2. **Nepřímý důkaz (důkaz sporem)** - předpokládáme, že platí negace tvrzení stanoveného v matematické větě. Na základě obecně platných definic nebo už dokázaných matematických vět dojdeme ke sporu, tj. k závěru, který neplatí. V důsledku toho pak vyslovíme závěr, že negace původně stanoveného tvrzení neplatí a musí tedy platit původní tvrzení.

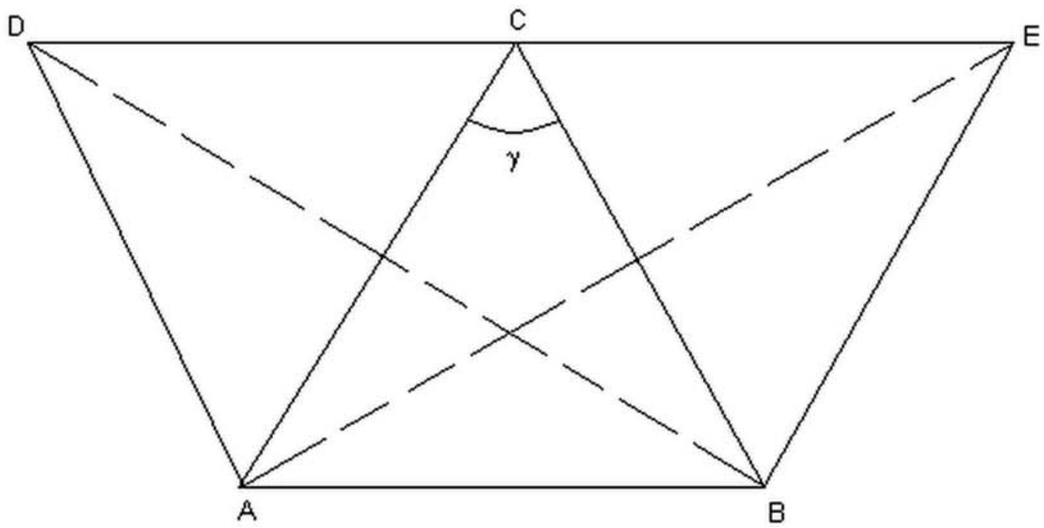
3. **Důkaz matematickou indukcí** - s tímto typem důkazu se seznámíme později; založen je na tom, že dokážeme, že věta platí pro n = 1, pak pro libovolné n + 1 a v závěru na základě získaných poznatků větu dokážeme.

Důkazové úlohy:

Příklad 1:

Nad stranami AC a BC rovnostranného trojúhelníka ABC jsou sestrojeny rovnostranné trojúhelníky ACD a BCE tak, že každý z nich leží vně trojúhelníka ABC. Dokažte, že trojúhelník AEC je shodný s trojúhelníkem DBC.

Řešení:



|AC| = |CD| .. vyplývá z předpokladu věty a z vlastností rovnostranného trojúhelníka

|BC| = |CE| .. vyplývá z předpokladu věty a z vlastností rovnostranného trojúhelníka

|AC| = |BC| .. vyplývá z vlastností zadaného rovnostranného trojúhelníka ... (1)

Z uvedených tří vlastností vyplývá, že |CD| = |CE| ... (2)

úhel $\gamma = 60°$ .. vyplývá z vlastností zadaného rovnostranného trojúhelníka

|úhel DCB| = $\gamma + 60°$

|úhel ACE| = $\gamma + 60°$

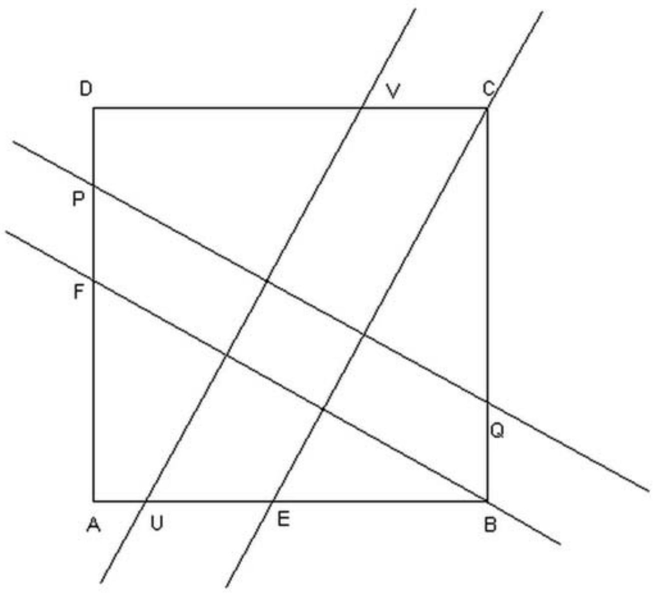
Z uvedených dvou vlastností vyplývá, že |úhel DCB| = |úhel ACE| ... (3)

Ze závěrů (1), (2), (3) vyplývá, že trojúhelníky jsou tedy shodné podle věty sus. CBD

Příklad 2:

Je dán čtverec ABCD. Veďte v něm dvě libovolné příčky k sobě kolmé, z nichž jedna protíná strany AD a BC v bodech P a Q a druhá protíná strany AB a CD v bodech U a V. Dokažte, že platí |PQ| = |UV|

Řešení:



Δ BCE je shodný s Δ ABF (Ssu)

Odtud vyplývá, že: |EC| = |FB| = |UV| = |PQ|

Závěr: |PQ| = |UV| CBD

2. Shodnost trojúhelníků - procvičovací úlohy

1. **Na ose o ostrého úhlu AVB zvolte bod S uvnitř úhlu AVB a sestrojte kružnici k(S; r) tak, aby r > SV. Dokažte, že platí |MN| = |PQ|, kde M, N jsou body, ve kterých přímka AV protíná kružnici k a P, Q body, ve kterých přímka VB protíná kružnici k.** 2089

OK

2. **Rovnoramenný trojúhelník ABC má při základně AB úhel 30°. Dokažte, že osy ramen tohoto trojúhelníka rozdělují jeho základnu AB na tři stejné díly.** 2088

OK

3. **Nad stranami AB a AC ostroúhlého trojúhelníka ABC jsou sestrojeny čtverce ABPQ a ACRT tak, že leží vně trojúhelníka ABC. Dokažte, že |CQ| = |BT|.** 2091

OK

4. **Je dán rovnoramenný trojúhelník ABC a bod D, který je středem jeho základny AB. Bodem D jsou vedeny kolmice k ramenům AC a BC trojúhelníka ABC a jejich paty označeny M, N. Dokažte, že Δ DMC je shodný s Δ DNC.** 2087

OK

5. **Je dána kružnice k(S; r) a bod P, který leží vně kružnice k. Veďte bodem P ke kružnici k tečny t_1, t_2 a označte jejich dotykové body T_1 a T_2. Dokažte, že $|PT_1| = |PT_2|$ a $|$úhel $SPT_1| = |$úhel $SPT_2|$.** 2090

OK

Obsah